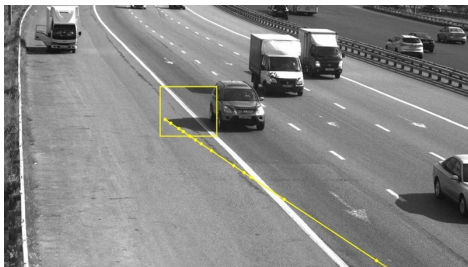


ง่ายขึ้น จนมีคำกล่าวว่า ภาพหนึ่งภาพสามารถแทนข้อความได้หลายร้อยคำ ประกอบกับความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และอินเทอร์เน็ต ทำให้การสร้างภาพ การนำภาพเข้าสู่ระบบคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันเป็นเรื่องง่ายเพียงปลายนิ้วสัมผัส และเป็นปัจจัยหนึ่งที่ทำให้ภาพดิจิทัลได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายและมีการนำไปใช้งานมากที่สุด

เมื่อวันที่ 8 กันยายน 2559 มีรายงานข่าวในประเทศรัสเซีย เรื่องหน่วยงานตำรวจจราจรออกใบสั่งแก่ชายชาวรัสเซียคนหนึ่งผิดพลาด ด้วยข้อหาว่า ขับรถทับเส้นทึบกลางถนน ทั้ง ๆ ที่ความจริงแล้วเขาไม่ได้ทำผิดกฎจราจรแต่อย่างใด เนื่องจากภาพที่คอมพิวเตอร์บันทึกไว้เป็นภาพตัวรถขณะวิ่งอยู่ในช่องทางเดินรถปกติ แต่เงาของตัวรถซึ่งเกิดจากแสงแดดได้ทอดผ่านทับข้ามเส้นทึบกลางถนนล้ำไปยังช่องทางเดินรถข้างๆ ที่อยู่ติดกัน [1] ดังรูปที่ 1 กรณีนี้หากตำรวจจราจรตรวจสอบภาพหลักฐานที่ได้จะสามารถแยกแยะได้ทันทีว่า เจ้าของรถคันดังกล่าวไม่ได้ทำผิดกฎจราจร ทั้งนี้ เนื่องจากเมื่อมนุษย์ใช้สายตามองภาพใดภาพหนึ่ง สมองจะทำหน้าที่ประมวลผลและสามารถวิเคราะห์ได้ว่า เป็นภาพอะไร มีอะไรอยู่ในภาพนั้นบ้าง ลักษณะเด่นของภาพนั้นคืออะไร การแยกแยะองค์ประกอบของภาพจึงไม่ใช่เรื่องยากสำหรับมนุษย์ แต่กลับเป็นงานที่ยากสำหรับคอมพิวเตอร์



รูปที่ 1. ตัวอย่างภาพที่ระบบออกใบสั่งผิดพลาด [1]

องค์ประกอบของภาพ หมายถึง ส่วนประกอบที่ทำให้เกิดเป็นภาพขึ้น การแยกองค์ประกอบภาพ (Image Decomposition) จึงหมายถึง การทำให้ส่วนประกอบที่รวมกันเป็นภาพถูกแยกออกจากกัน รูปที่ 2 (ก) และ (ข) เป็นตัวอย่าง เช่น การแยกผลแอปเปิลออกจากฉากหลังของภาพ การเลือกข้อความออกจากป้ายประชาสัมพันธ์ หรือการกำจัดเงาของรถออกจากภาพ กล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า การแยกองค์ประกอบในภาพออกเป็นองค์ประกอบแต่ละส่วน และวิเคราะห์แต่ละองค์ประกอบแยกจากกัน

ด้วยคุณสมบัตินี้ การแยกองค์ประกอบภาพจึงมีบทบาทสำคัญในงานด้านการประมวลผลภาพ (Image Processing) และคอมพิวเตอร์วิทัศน์ (Computer Vision) และสามารถนำไปใช้งานในด้านต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย เช่น การวิเคราะห์ภาพ (Image Analysis) การวิเคราะห์พื้นผิวลวดลาย (Texture Analysis) การลดสิ่งรบกวน (Noise Reduction) และการบีบอัดภาพ (Image Compression)



รูปที่ 2. ตัวอย่างการแยกองค์ประกอบภาพ (ก) แยกผลแอปเปิลออกจากฉากหลัง และ (ข) เลือกข้อความจากป้าย

ในงานด้านการวิเคราะห์ภาพ การประมวลผลภาพ หรือในการพัฒนาระบบการค้นคืนภาพต่าง ๆ ส่วนใหญ่ใช้ภาพดิจิทัลเป็นข้อมูลนำเข้า ความท้าทายหนึ่งที่สำคัญคือ ผู้วิจัยหรือผู้ใช้ไม่สามารถควบคุมคุณภาพของภาพดิจิทัลได้ เช่น ภาพป้ายคำเตือนที่มีเงาของสิ่งอื่นรอบข้าง ภาพป้ายข้อความที่มีแสงสะท้อน ภาพที่มีความซับซ้อนของฉากหลัง ฯลฯ ตัวอย่างดังรูปที่ 3 (ก) – (ค) ซึ่งปัจจัยเหล่านี้เป็นสิ่งท้าทายสำหรับการพัฒนาขั้นตอนเพื่อให้คอมพิวเตอร์มีความสามารถในการวิเคราะห์และแยกแยะองค์ประกอบภาพได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ



รูปที่ 3. ตัวอย่าง (ก) ภาพที่มีเงา [2] (ข) ภาพที่มีแสงสะท้อน [2] และ (ค) ภาพที่มีฉากหลังซับซ้อน [3]

จากการค้นคว้าและศึกษาข้อมูลงานวิจัยด้านการแยกองค์ประกอบของภาพพบว่า มีงานวิจัยที่สามารถแยกองค์ประกอบของภาพได้อย่างมีประสิทธิภาพ พัฒนารูปแบบวิธีการทำงานแบบขับเคลื่อนด้วยข้อมูลที่มีความยืดหยุ่นและปรับเหมาะกับข้อมูล ซึ่งได้รับการตีพิมพ์ล่าสุด 2 เรื่อง คือ การแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (Iteration-Free Bi-dimensional Empirical Mode Decomposition : iBEMD) [2] และการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (Empirical Monocomponent Image Decomposition : EMID) [3] ดังนั้น บทความนี้จะกล่าวถึงแนวคิด หลักการ ขั้นตอนการทำงาน ผลลัพธ์ที่ได้จากการแยกองค์ประกอบภาพ จุดเด่น และข้อจำกัด รวมถึงการนำไปประยุกต์ใช้งานของทั้ง 2 วิธี

2. วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาและทบทวนวรรณกรรมเกี่ยวกับงานวิจัยด้านการแยกองค์ประกอบภาพ หากพิจารณาตามโดเมนสามารถแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ 1) การแยกองค์ประกอบภาพบนโดเมนตำแหน่งหรือเชิงพื้นที่ (Spatial Domain) นั่นคือ ภาพสามารถที่จะถูกมองเป็นข้อมูลระนาบ xy ซึ่งสามารถแทนภาพด้วย (x,y) เมื่อ x และ y คือ ระยะทางในแนวแกนตั้งและแกนนอนวัดจากจุดกำเนิด โดยจะใช้ระยะทางในการกำหนดตำแหน่ง ตัวอย่างงานวิจัยกลุ่มนี้ เช่น [2] , [4]-[11] และ 2) การแยกองค์ประกอบภาพบนโดเมนความถี่ (Frequency Domain) ที่มีแนวคิดเปลี่ยนการประมวลผลภาพไปกระทำบนโดเมนความถี่แทน โดยใช้การแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) ซึ่งจะทำให้การแยกองค์ประกอบของสัญญาณตามองค์ประกอบพื้นฐานงานวิจัยในกลุ่มนี้ได้แก่ [3] และ [12]-[14] สำหรับรายละเอียดของแต่ละวิธีจะกล่าวในลำดับต่อไป

2.1. งานวิจัยที่แยกองค์ประกอบภาพบนโดเมนเชิงตำแหน่งหรือเชิงพื้นที่

ในการประมวลผลสัญญาณ ประเด็นหนึ่งที่สำคัญมากคือความต้องการที่จะรู้ว่ามีองค์ประกอบใดบ้างที่อยู่ในสัญญาณนั้น ๆ ในปี ค.ศ. 1996 Huang และคณะ [4] ได้นำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (Empirical Mode Decomposition : EMD) สำหรับใช้ในการแยกองค์ประกอบของสัญญาณหนึ่งมิติหรือใช้วิเคราะห์สัญญาณไม่คงที่แบบหนึ่งมิติ ตัวอย่างเช่นสัญญาณแผ่นดินไหวและคลื่นสึนามิได้สำเร็จ จากสมมติฐานว่า สัญญาณหนึ่ง ๆ จะประกอบด้วยสัญญาณที่มีการแกว่งไว (Fast Oscillation) และสัญญาณที่มีการแกว่งช้า (Slow Oscillation) ดังนั้น เมื่อต้องการแยกองค์ประกอบของสัญญาณ จะใช้วิธีการดึงสัญญาณที่มีการแกว่งไวออกจากสัญญาณต้นฉบับทีละลำดับ ซึ่งวิธีการนี้สามารถแยกสัญญาณต้นฉบับให้อยู่ในรูปของชุดฟังก์ชันภายใน (Intrinsic Mode functions : IMFs) โดยไม่จำเป็นต้องใช้ฟังก์ชันก่อนหน้าใด ๆ (Prior Function) แต่จะใช้การคำนวณเพื่อหาค่าเฉลี่ยของสัญญาณจากข้อมูลจริงของสัญญาณนำเข้า เพื่อกำหนดเป็นเงื่อนไขหรือเกณฑ์ในการแยกองค์ประกอบของสัญญาณ วิธี EMD จึงจัดเป็นการแยกองค์ประกอบของสัญญาณโดยการขับเคลื่อนด้วยข้อมูล (Data Driven)

Huang และคณะตั้งชื่อขั้นตอนวิธีสำหรับสกัดชุดฟังก์ชันภายใน (IMFs) จากสัญญาณต้นฉบับนี้ว่า Sifting Process และให้คำจำกัดความของชุดข้อมูลฟังก์ชันภายใน (IMFs) ไว้ว่า ฟังก์ชันใด ๆ จะจัดเป็นฟังก์ชันภายใน (IMF) ได้ ก็ต่อเมื่อสัญญาณนั้น ๆ เป็นไปตามเงื่อนไขดังนี้

- 1) จำนวนจุดปลายสุด (Extrema Points) ซึ่งจะประกอบไปด้วย จุดสูงสุดและจุดต่ำสุด และจำนวนจุดตัดแกนศูนย์ จะต้องมีความเท่ากัน หรือมีค่าต่างกันไม่เกินหนึ่ง

2) ณ จุดใด ๆ ของสัญญาณ ค่าเฉลี่ยของขอบบน และขอบล่างจะมีค่าเท่ากับศูนย์

กระบวนการทำงานเพื่อสกัดชุดฟังก์ชันภายใน (IMFs) ของวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (EMD) แสดงดังรูปที่ 4 ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนหลัก คือ 1) การตรวจจับจุดปลายสุดของสัญญาณ (Extrema Detection) โดยการหาจุดสูงสุดและจุดต่ำสุดของแต่ละช่วงสัญญาณย่อย และ 2) การประมาณค่าขอบแบบพื้นผิว (Surface Interpolation) ของสัญญาณ โดยการหาค่าประมาณของสัญญาณขอบบน และสัญญาณขอบล่าง แล้วคำนวณหาค่าสัญญาณเฉลี่ย ตามสมการที่ 1 จากนั้นนำสัญญาณต้นฉบับลบออกด้วยสัญญาณเฉลี่ย จะได้สัญญาณผลลัพธ์ ขั้นตอนต่อไปตรวจสอบว่า สัญญาณผลลัพธ์นั้นเป็นฟังก์ชันภายใน (IMF) หรือไม่ ถ้าผลปรากฏว่า สัญญาณผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นฟังก์ชันภายใน (IMF) ให้แทนที่สัญญาณต้นฉบับด้วยสัญญาณผลลัพธ์ แล้วทำซ้ำกระบวนการดังกล่าวข้างต้น หากสัญญาณผลลัพธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันภายใน (IMF) ให้จัดเก็บสัญญาณผลลัพธ์นั้น จากนั้นทำการสกัดฟังก์ชันภายใน (IMF) ลำดับถัดไปจากสัญญาณต้นฉบับใหม่ที่ได้จากการนำสัญญาณต้นฉบับเดิมลบด้วยฟังก์ชันภายใน (IMF) แล้วทำกระบวนการข้างต้นซ้ำจนสัญญาณต้นฉบับเป็นสัญญาณฟังก์ชันเดียว

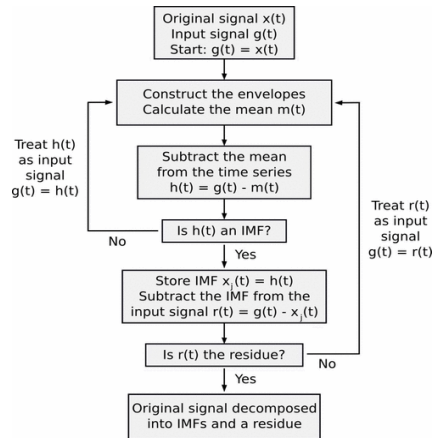
$$m(t) = \frac{e_{max} + e_{min}}{2} \quad (1)$$

เมื่อ $m(t)$ แทนสัญญาณเฉลี่ย e_{max} , e_{min} แทนสัญญาณขอบบน และสัญญาณขอบล่าง ตามลำดับ และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$x(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t) + r_N(t) \quad (2)$$

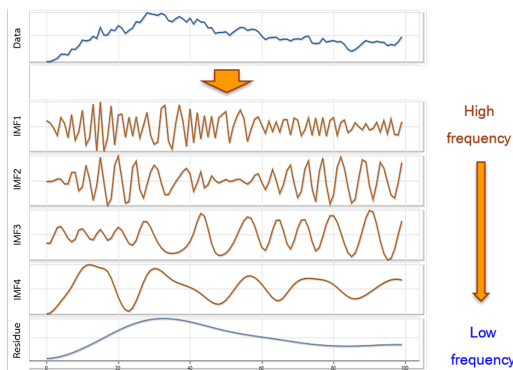
เมื่อ $x(t)$ แทนสัญญาณต้นฉบับ

$h_i(t)$, $i = 1, \dots, N$ เป็นชุดฟังก์ชันภายใน (IMFs) และ $r_N(t)$ เป็นส่วนที่เหลือ (Residue)



รูปที่ 4. ขั้นตอนการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (EMD)

ตัวอย่างการแยกองค์ประกอบของสัญญาณด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (EMD) สามารถอธิบายได้ด้วยรูปที่ 5 [5] เมื่อสัญญาณนำเข้าถูกแยกตามลำดับขั้นตอนวิธี จะได้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายใน (IMFs) ซึ่งประกอบด้วย IMF_1 ถึง IMF_d และส่วนที่เหลือเรียกว่า Residue โดยฟังก์ชันภายในลำดับที่ 1 (IMF_1) จะเป็นสัญญาณแบบกว้างไว (มีการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด) และฟังก์ชันภายในลำดับสุดท้าย (IMF_d) จะเป็นสัญญาณแบบกว้างช้า (มีการเปลี่ยนแปลงน้อย) และ Residue คือ สัญญาณที่มีการกว้างช้าที่สุด (มีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด)



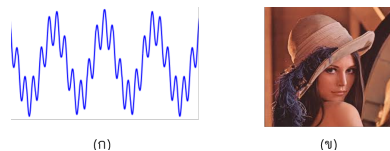
รูปที่ 5. การแยกองค์ประกอบของสัญญาณด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (EMD)

ด้วยแนวคิดและกระบวนการทำงานดังกล่าว ส่งผลให้การแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (EMD) สามารถแยกองค์ประกอบของสัญญาณที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear) และไม่หยุดนิ่ง (Non-Stationary) ได้ดี แต่วิธีการนี้สามารถใช้งานได้กับสัญญาณ 1 มิติ เท่านั้น ลักษณะของสัญญาณ 1 มิติ แสดงดังรูปที่ 6 (ก)

ในปี ค.ศ. 2002 Linderherd ได้นำเสนอวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (EMD) สำหรับข้อมูลภาพ ซึ่งเรียกว่า วิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (Bi-Dimensional Empirical Mode Decomposition : 2D-EMD หรือ BEMD) [6] วิธีการนี้จะใช้เทคนิคการประมาณค่าในช่วงด้วยเส้นโค้ง (Spline Interpolation) ในการประมาณค่าสัญญาณขอบบน และสัญญาณขอบล่าง จากชุดข้อมูลจุดสูงสุด และจุดต่ำสุด ตามลำดับ เพื่อให้สามารถแยกองค์ประกอบของภาพ ตัวอย่างเช่น รูปที่ 6 (ข) ซึ่งเป็นข้อมูล 2 มิติได้ และเรียกชุดฟังก์ชันภายในที่ได้จากวิธีการนี้ว่า ชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (Bi-Dimensional Intrinsic Mode Function : BIMFs) ซึ่ง Linderherd ได้นำไปประยุกต์ใช้ในการบีบอัดภาพโดยการแยกองค์ประกอบของภาพต้นฉบับให้อยู่ในรูปฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) แล้วนำฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) แต่ละตัวที่ได้ไป

ทำการหาค่าสูงสุด และค่าเฉลี่ย จากนั้นในขั้นตอนการส่งข้อมูลจากต้นทางไปยังปลายทาง ใช้วิธีการส่งข้อมูลค่าสูงสุดและค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันภายในแต่ละตัวที่สกัดจากภาพต้นฉบับแทนการส่งภาพต้นฉบับทั้งภาพ ซึ่งพบว่าการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (BEMD) สามารถดึงองค์ประกอบที่สำคัญของภาพได้ดี และใช้พื้นที่เก็บข้อมูลน้อย จึงให้ผลการบีบอัดภาพที่ดี

กระบวนการทำงานเพื่อสกัดชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ของวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (BEMD) ใช้หลักการเดียวกับการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์ (EMD) ยกเว้น-



รูปที่ 6. ตัวอย่างข้อมูล (ก) 1 มิติ และ (ข) 2 มิติ

2 ประเด็นต่อไปนี้ (1) เงื่อนไขของชุดฟังก์ชันภายใน (IMF Criterion) และ (2) วิธีการประมาณค่าขอบ (Interpolation Method) ทั้งนี้ เนื่องจากภาพดิจิทัลไม่เพียงแต่มีการเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูด เฟส และความถี่ แต่ยังมีทิศทาง และมิติภายในที่แตกต่างกัน อีกทั้งยังมีความสัมพันธ์เชิงพื้นที่อีกด้วย ซึ่งสัญญาณ 1 มิติ ไม่มี [7]

ในปี ค.ศ. 2003 Nune และคณะ ได้นำเสนองานวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ภาพด้วยการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยใช้วิธีการประมาณค่าด้วยเรเดียลเบสฟังก์ชัน (BEMD-RBF) [8] สำหรับการสกัดคุณลักษณะของลวดลายและวิเคราะห์ภาพ โดยตรวจจับจุดสูงสุดและจุดต่ำสุดด้วย Morphological Operators จากนั้นนำเรเดียลเบสฟังก์ชัน (Radial Basis Function : RBF) ไปใช้ในการประมาณค่าขอบของสัญญาณ แทนวิธีการประมาณค่าในช่วงด้วยเส้นโค้ง แม้ว่าวิธีการนี้จะใช้เวลาในการประมวลผลเพิ่มขึ้นก็ตาม

แต่ให้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ที่มีคุณภาพสูงขึ้น สามารถแก้ปัญหาการสูญหายของข้อมูลบริเวณจุดสุดท้ายซึ่งพบในวิธีการประมาณค่าในช่วงด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ ยังสามารถทำงานได้ดี ในกรณีที่ข้อมูลมีการกระจายตัวมาก

ผลการทดลองเมื่อนำไปใช้แยกองค์ประกอบของภาพสังเคราะห์พบว่า สามารถแยกองค์ประกอบได้ใกล้เคียงกับภาพต้นฉบับ และในการแยกองค์ประกอบของภาพถ่ายลายไม้ซึ่งมีแสงตกกระทบบริเวณตาไม้พบว่าชุดฟังก์ชันภายในลำดับแรก (IMF_1) จัดเก็บคุณลักษณะของลวดลายและขอบของไม้ไว้นั้น สำหรับส่วนที่เหลือ (Residue) เก็บองค์ประกอบในส่วนของแสงที่ตกกระทบและเงา ดังนั้น ในการสกัดคุณลักษณะเฉพาะทางด้านการลวดลาย (Texture) ด้วย BEMD-RBF จึงควรเลือก BIMF ในลำดับต้นๆ เพื่อใช้เป็นคุณลักษณะเฉพาะของภาพ (Feature) กรณีที่ต้องการแก้ไขปัญหาแสงสะท้อนและเงาในภาพ (Illuminance Effect and Shadow) ให้จัดการกับองค์ประกอบส่วนที่เหลือ [8] , [2] แต่หากต้องการลบแสงและเงาออกจากภาพ สามารถทำได้โดยไม่นำส่วนที่เหลือมาใช้ในการสร้างคืนภาพใหม่ (Image Reconstruction)

นับตั้งแต่นั้นมา มีความพยายามในการพัฒนางานวิจัยด้านการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติอย่างมากมาย ตัวอย่างเช่น Lee และคณะเสนอวิธีการประมาณค่าขอบเฉลี่ยด้วยเทคนิคการคำนวณค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่ (Moving Average) ในงานวิจัยเรื่องการรู้จำตามนุษย์โดยใช้การแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์ที่ปรับปรุง (Recognizing Human Iris by Modified Empirical Mode Decomposition : MEMD) [9] เริ่มต้นจากหาจุดสูงสุดและจุดต่ำสุดของข้อมูล จากนั้นจึงคำนวณค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นการคำนวณค่าขอบเฉลี่ยจากข้อมูลโดยตรง แม้วิธีการนี้สามารถลดจำนวนรอบการคำนวณลงได้ครึ่งหนึ่ง แต่ยังไม่สามารถประมวลผลข้อมูลแบบ 2 มิติได้โดยตรง ต้อง

อาศัยการแปลงข้อมูลจาก 2 มิติให้อยู่ในรูป 1 มิติ แล้วนำมาต่อกัน ซึ่งส่งผลให้ได้ผลลัพธ์เป็นชุดข้อมูลฟังก์ชันภายในที่มีความไม่ต่อเนื่องเกิดขึ้นเป็นช่วง ๆ

ในปี ค.ศ. 2005 Damerval และคณะ ได้นำเสนอการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติอย่างรวดเร็ว (A Fast Algorithm For Bidimensional Empirical Mode Decomposition : FBEMD) [10] ซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีใหม่สำหรับการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติที่มีประสิทธิภาพสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลภาพ ซึ่งมีจุดปลายสุดจำนวนมาก ขั้นตอนการประมาณค่าขอบจะเลือกจุดสูงสุดและจุดต่ำสุดที่ได้มาจากการพิจารณาเปรียบเทียบกับจุดเพื่อนบ้านที่ใกล้ที่สุด 8 จุด จากนั้นใช้สามเหลี่ยม Delaunay ร่วมกับ Piecewise Cubic Polynomial และเทคนิคเส้นโค้งที่น้อยที่สุด (Minimal Curvature : MC) [10] ในการประมาณค่าขอบสำหรับการสกัดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติในแต่ละลำดับ คณะผู้วิจัยได้กำหนดจำนวนรอบการทำซ้ำของ Sifting Process ให้เท่ากับ 3 และงานวิจัยนี้ได้ให้คำจำกัดความของฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) ใหม่ เพื่อให้เหมาะสมกับข้อมูลประเภท 2 มิติหรือรูปภาพ ไว้ดังนี้

ภาพใด ๆ จะจัดเป็นฟังก์ชันภายในแบบสองมิติได้ก็ต่อเมื่อภาพนั้นต้องมีคุณสมบัติสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

- 1) จำนวนจุดสูงสุดและจำนวนจุดต่ำสุด ต้องมีจำนวนเท่ากัน
- 2) ภาพนั้นต้องมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ เมื่อสัญญาณขอบบนมีค่ามากกว่าศูนย์ และสัญญาณขอบล่างมีค่าน้อยกว่าศูนย์

ข้อดีของวิธีการนี้ คือ สามารถประมวลผลข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ได้ และใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่าวิธีการอื่น ๆ แต่ก็ยังนานเกินไปสำหรับการนำไปใช้งาน

จริง และยังพบอีกว่า ฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) มีสิ่งแปลกปลอม (Artifact) เกิดขึ้น [2]

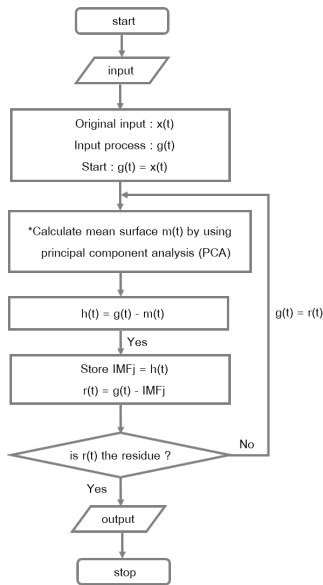
ในเวลาต่อมา Bhuiyan และคณะ นำเสนอบทความ เรื่อง A Novel Approach of Fast and Adaptive Bidimensional Empirical Mode Decomposition (FaBEMD) [11] ที่เสนอแนวคิดการจำกัดจำนวนรอบการทำซ้ำ โดยการกำหนดจำนวนรอบสูงสุดที่อนุญาตให้ทำซ้ำ ร่วมกับการใช้ตัวกรองลำดับเชิงสถิติ (Order Statistics Filter : OSF) เพื่อลดระยะเวลาการคำนวณและลดสิ่งแปลกปลอม (Artifact) ในชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) อย่างไรก็ตาม วิธีนี้ยังไม่เหมาะสมในการนำไปใช้งานจริง เนื่องจากมีความยากในการเลือกขนาดของตัวกรองและการกำหนดค่าจำนวนรอบสูงสุดที่เหมาะสม

จะเห็นได้ว่า งานวิจัยเหล่านี้พยายามเสนอวิธีการที่หลากหลาย เพื่อช่วยลดระยะเวลาในการคำนวณ และทำให้การประมวลผลรวดเร็วขึ้น แต่เมื่อพิจารณาจะพบว่าการแยกองค์ประกอบของข้อมูล 2 มิติ เพื่อให้ได้มาซึ่งฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) ส่วนใหญ่ใช้วิธีการคำนวณเพื่อหาค่าเฉลี่ยของพื้นผิว (Mean Surface) ค่าเฉลี่ยเหล่านี้ได้มาจากกระบวนการทำซ้ำ ๆ (Iteration Technique) หลาย ๆ รอบ ดังนั้น จึงต้องใช้จำนวนรอบในการคำนวณมาก ใช้เวลาในการประมวลผลนาน ส่งผลให้ไม่เหมาะสมสำหรับการนำไปใช้งานจริง และเมื่อพิจารณาวิธีการต่าง ๆ ที่กล่าวข้างต้นพบว่า ยังไม่มีวิธีการใดเลยที่สามารถดึงฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) แต่ละลำดับออกจากภาพต้นฉบับได้ในทันที โดยไม่ใช้เทคนิคการทำซ้ำ

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์ได้แก่ ชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติของแต่ละวิธีการที่มีการนำเสนอ พบว่า คุณภาพของชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญ และเป็นสิ่งที่ต้องปรับปรุงและพัฒนาให้มีคุณภาพดียิ่ง ๆ ขึ้นไป ดังนั้น จึงนำไปสู่การพัฒนา

งานวิจัยเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับการลดระยะเวลาในการประมวลผล และให้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ที่มีคุณภาพสูง สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ธราวิชษฐ์ ธิติเจริญโรจน์และคณะ ได้พัฒนาการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (Iteration-Free Bi-dimensional Empirical Mode Decomposition : iBEMD) [2] โดยมีวัตถุประสงค์หลักเพื่อเพิ่มความเร็วในการคำนวณและเพิ่มคุณภาพของชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) ในงานวิจัยนี้ได้นำหลักการคำนวณค่าพื้นผิวเฉลี่ยของภาพด้วยวิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบหลักโดยอาศัยค่าเฉลี่ยแบบท้องถิ่นร่วมกับสหสัมพันธ์แบบแยกส่วน (Local Partial Correlation for Principal Component Analysis : LPC-PCA) [2] ทำให้สามารถคำนวณค่าพื้นผิวเฉลี่ยของภาพได้โดยไม่ต้องทำขั้นตอนการตรวจจับจุดสูงสุดและจุดต่ำสุดของภาพ เหมือนดังเช่นวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (BEMD) ทั่วไป ส่งผลให้สามารถประมวลผลจากรูปภาพได้โดยตรง ไม่ต้องแปลงข้อมูล กระบวนการทำงานของวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) แสดงดังรูปที่ 7



รูปที่ 7. ขั้นตอนการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD)

โดยปกติของวิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบหลักจะต้องอาศัยหลักการทำงานซ้ำในการประมาณค่าไอเกนเวกเตอร์ที่เหมาะสม แต่ในงานวิจัยนี้ คณะผู้วิจัยได้ทดลองแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยใช้วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบหลักแบบอาศัยค่าเฉลี่ยแบบท้องถิ่นร่วมกับสหสัมพันธ์แบบแยกส่วน (LPC-PCA) แบบอาศัยการทำงานซ้ำ กับแบบที่กำหนดให้ทำงานเพียง 1 รอบ ปรากฏว่า ชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ที่ได้จากการทดลองทั้ง 2 แบบไม่ได้มีความแตกต่างกันอย่างชัดเจน ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า ในการแยกองค์ประกอบของวิธีการนี้ไม่อาศัยหลักการทำงานซ้ำ หรือเป็นอิสระจากการทำซ้ำ ส่งผลให้สามารถลดระยะเวลาการคำนวณได้เป็นอย่างมาก

เมื่อพิจารณาประสิทธิภาพด้านเวลาที่ใช้ในการประมวลผลในภาพรวมโดยอาศัยค่าสัญกรณ์โอใหญ่ วิธี iBEMD จะใช้เวลาการทำงานเท่ากับ $O(n^2)$ โดยที่ n มีค่าเท่ากับสองเท่าของขนาดภาพ ขณะที่วิธีการแบบดั้งเดิมจะใช้เวลาการทำงานเท่ากับ $O(n^3)$ โดยที่ n มีค่าเท่ากับ

ขนาดของภาพยกกำลังสอง จึงทำให้วิธี iBEMD ทำงานได้รวดเร็วกว่าวิธีการแบบดั้งเดิม และเมื่อวัดด้วยระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผลจริง ผลการทดสอบกับรูปภาพที่มีขนาด 1024×1024 พิกเซล พบว่า วิธี FaBEMD [11] ซึ่งประมวลผลเร็วที่สุดในกลุ่มวิธีการแบบดั้งเดิมใช้เวลาประมวลผล 1,039.80 วินาที ขณะที่วิธี iBEMD ใช้เวลาประมวลผลเพียง 10.06 วินาที ดังนั้น วิธี iBEMD สามารถลดเวลาในการประมวลผลลงได้ 100 เท่า [2]

ผลการทดลองแยกองค์ประกอบของภาพลายไม้ซึ่งมีแสงตกกระทบบริเวณตาไม้ด้วยวิธีการต่างๆ แสดงดังรูปที่ 8 โดยจะสังเกตเห็นได้ว่า ฟังก์ชันภายในแบบสองมิติลำดับแรก (BIMF₁) ของแต่ละวิธีจะปรากฏข้อมูลที่มีความถี่สูง ได้แก่ เส้นขอบและลวดลายของภาพลายไม้ (Texture) ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงมาก ฟังก์ชันภายในแบบสองมิติลำดับถัดไปจะแสดงข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงน้อยลงตามลำดับ และส่วนที่เหลือ (Residue) จะแสดงข้อมูลแสงสะท้อน ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความถี่ต่ำ หรือมีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด โดยฟังก์ชันภายในที่ได้จากวิธี FaBEMD [10] และ iBEMD [2] สามารถนำเสนอโครงสร้างของภาพที่คล้ายคลึงกับภาพลายไม้ต้นฉบับ ดังรูปที่ 8 (ค) และ (จ) ส่วนฟังก์ชันภายในแบบสองมิติที่ได้จากวิธี FBEMD [10] และ MEMD [9] รูปที่ 8 (ข) และ (ง) สังเกตได้ว่ามีคุณภาพที่ด้อยกว่าเนื่องจากมีสิ่งแปลกปลอมและสัญญาณรบกวนเกิดขึ้น และเมื่อพิจารณาภาพรวม พบว่า วิธี iBEMD ให้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) ที่สามารถนำเสนอโครงสร้างของรูปภาพต้นฉบับได้ชัดเจน มีสิ่งแปลกปลอม (Artifact) น้อยกว่า จึงมีคุณภาพดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการอื่นๆ รายละเอียดแสดงดังรูปที่ 8 (ก) – (จ)

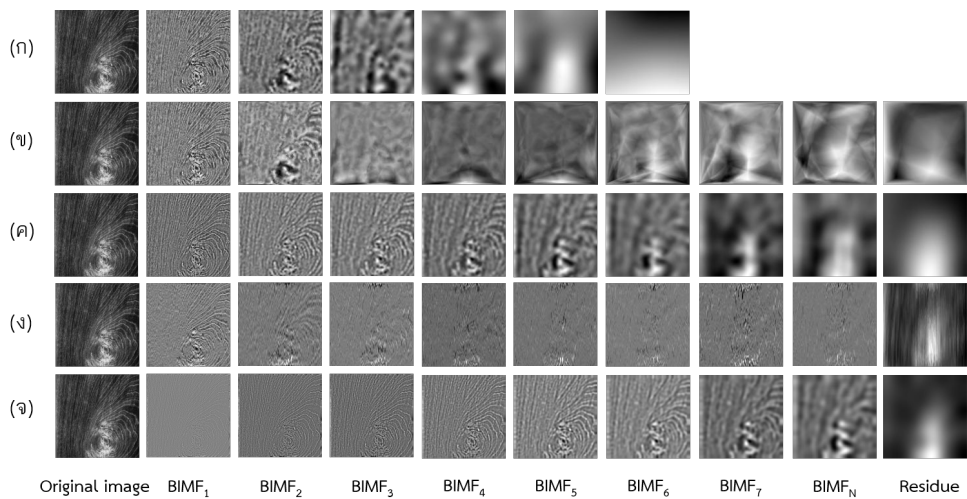
เมื่อพิจารณาลักษณะการทำงานของวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) ที่แยกองค์ประกอบของ

ภาพตามแนวคิดการแยกข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงสูงออกจากข้อมูลภาพที่ละล้าดับ ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) โดยเรียงลำดับตามการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในภาพจากมากไปหาน้อย นั่นคือ ฟังก์ชันภายในลำดับต้น ๆ หมายถึง สัญญาณแบบแกว่งไกว (มีการเปลี่ยนแปลงมาก) เช่น บริเวณขอบของวัตถุในภาพ รายละเอียดโครงสร้างภาพ ส่วนฟังก์ชันภายในลำดับท้าย ๆ เป็นสัญญาณแบบแกว่งช้า (มีการเปลี่ยนแปลงน้อย) เช่น บริเวณพื้นหลังของภาพ และส่วนที่เหลือจะหมายถึง สัญญาณแบบแกว่งช้าที่สุด (มีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด) ส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดมักจะเป็นบริเวณสีพื้น แสงสะท้อน หรือเงาที่ปรากฏในภาพ

ด้วยความสามารถในการสกัดชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ที่มีประสิทธิภาพของวิธี iBEMD จึงทำใหเมื่อนำไปประยุกต์ใช้งานในการระบุตำแหน่งข้อความ

ภาษาไทยในภาพฉากรมรชาชาติที่มีแสงสะท้อนพบว่า วิธี iBEMD ช่วยให้สามารถระบุตำแหน่งข้อความได้อย่างแม่นยำ ให้ผลลัพธ์การรู้จำที่มีความถูกต้อง แม่นยำ และมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีอื่น ๆ ปรากฏผลการทดลองดังรูปที่ 9 (ข) - (ช) ทั้งนี้ เนื่องมาจากความสามารถในการแยกองค์ประกอบของแสงสะท้อนออกจากส่วนประกอบอื่นของภาพได้ชัดเจน จึงกำจัดแสงสะท้อนออกจากภาพต้นฉบับได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับภาพต้นฉบับที่มีปัญหาเรื่องแสงสะท้อนและเงาได้ดี

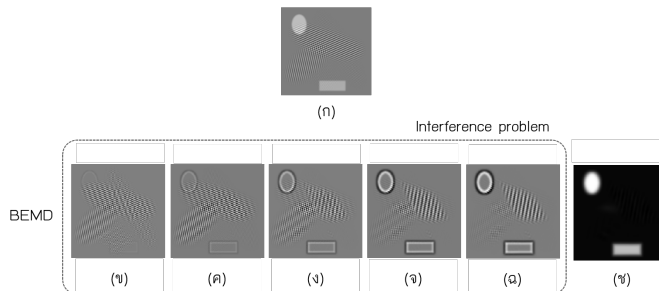
ถึงแม้ว่าวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (BEMD) และการแยกองค์ประกอบเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) จะสามารถแยกองค์ประกอบของภาพได้อย่างมีประสิทธิภาพก็ตาม แต่เมื่อนำไปใช้แยกองค์ประกอบของภาพที่มีหลายวัตถุวางซ้อนทับหรือเหลื่อมล้ำกันอยู่ ตัวอย่างเช่น



รูปที่ 8. ชุดข้อมูลฟังก์ชันภายในที่ได้จากการแยกองค์ประกอบของภาพลายไม้ด้วยวิธี (ก) BEMD-RBF [8] (ข) FBEMD [10] (ค) FoBEMD [11] (ง) MEMD [9] และ (จ) iBEMD [2] [2]



รูปที่ 9. ผลการระบุตำแหน่งข้อความภาษาไทยในภาพฉากธรรมชาติที่มีแสงสะท้อนด้วยวิธีต่างๆ โดย (ก) ภาพต้นฉบับ (ข) without BEMD (ค) FBEMD [10] (ง) FoBEMD [11] (จ) MEMD [9] และ (ข) iBEMD [2] [2]



รูปที่ 10. ปัญหาการก้ำกัวยกันที่มีโอกาสเกิดขึ้นเมื่อแยกองค์ประกอบบนโดเมนเชิงพื้นที่ โดย (ก) ภาพต้นฉบับ Toy image (ข) $BIMF_1$ (ค) $BIMF_2$ (ง) $BIMF_3$ (จ) $BIMF_4$ (ฉ) $BIMF_5$ และ (ข) Residue [3]

ภาพสังเคราะห์ Toy Image ในรูปที่ 10 (ก) ประกอบด้วยหลายวัตถุที่มีการจัดวางซ้อนกัน จะพบว่า มีปัญหาการก้ำกัวยกันขององค์ประกอบเกิดขึ้น ดังรูปที่ 10 (ข) – (ฉ) ทั้งนี้ เนื่องจากลักษณะการทำงานที่ใช้การคำนวณหาค่าพื้นผิวเฉลี่ย (Mean Surface) จึงทำให้ชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติที่เป็นผลลัพธ์มีหลายความถี่ปะปนกันอยู่ (Mode Mixing) ไม่ได้แยกองค์ประกอบตามช่วงความถี่ จึงไม่สามารถแยกองค์ประกอบภาพให้อยู่ในรูปผลลัพธ์ที่เป็นวัตถุใดวัตถุหนึ่ง หรือการแยกภาพออกเป็นองค์ประกอบเดี่ยว ๆ แต่ละองค์ประกอบ ดังนั้น จึงมีงานวิจัยที่นำเสนอแนวคิดการแยกองค์ประกอบบนโดเมนความถี่

2.2 งานวิจัยที่แยกองค์ประกอบภาพบนโดเมนความถี่ (Frequency Domain)

การแยกองค์ประกอบภาพบนโดเมนความถี่ (Frequency Domain) เป็นการประมวลผลภาพเพื่อแยกองค์ประกอบบนโดเมนความถี่ โดยแปลงข้อมูลภาพต้นฉบับที่อ้างอิงค่าในเชิงตำแหน่งให้อยู่ในรูปของข้อมูลบนโดเมนความถี่ โดยใช้การแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform)

ในปี ค.ศ.2013 Gilles ได้นำเสนองานวิจัยเรื่องการแปลงเวฟเล็ตเชิงประจักษ์ (Empirical Wavelet Transform : EWT) [12] ซึ่งเป็นวิธีการแปลงเวฟเล็ตแบบใหม่ที่ใช้สำหรับสกัดโหมดที่แตกต่างกันของสัญญาณนำเข้า ด้วยการออกแบบธนาคารตัวกรองแบบเวฟเล็ต

(Wavelet Filter Bank) ที่เหมาะสม ในงานวิจัยนี้ได้กล่าวถึงวิธีการแยกองค์ประกอบแบบเชิงประจักษ์ (EMD) ไว้ว่า เป็นวิธีการวิเคราะห์สัญญาณที่มีความน่าสนใจเป็นอย่างยิ่งเนื่องจากสามารถแยกส่วนที่คงที่ และไม่คงที่ออกจากสัญญาณได้ เป็นวิธีการแยกสัญญาณที่มีความสามารถในการปรับตัวได้สูง เพราะขับเคลื่อนด้วยข้อมูลจริงของสัญญาณ สามารถถึงส่วนที่ไม่คงที่ออกจากสัญญาณต้นฉบับได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่ด้วยลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-Linearity) จึงยากต่อการอธิบายด้วยตัวแบบ (Model) หรือสมการทางคณิตศาสตร์ แม้ว่าจะมีผลการทดลองที่พบว่า EMD มีพฤติกรรมเหมือนธนาคราตัวกรองแบบปรับตัวได้ก็ตาม ดังนั้น Gilles จึงพัฒนาวิธี 1D EWT ซึ่งสามารถสร้างเวฟเลตแบบปรับตัวได้ เพื่อใช้แยกองค์ประกอบของสัญญาณ (โหมดที่แตกต่างกันของสัญญาณ) ซึ่งประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ 1) การแบ่งฟูเรียร์สเปกตรัม และ 2) การสร้างธนาคราตัวกรองที่สอดคล้องกับฟูเรียร์สเปกตรัมนั้น

การแบ่งฟูเรียร์สเปกตรัม ทำโดยการตรวจจับจุดสูงสุดของสเปกตรัม แล้วนำมาเรียงตามลำดับจากมากไปหาน้อย กำหนดจำนวนองค์ประกอบที่ต้องการ จากนั้นจะเลือกขอบเขตของสเปกตรัมโดยใช้ค่าเฉลี่ยระหว่างจุดสูงสุด 2 จุดที่อยู่ติดกัน แต่วิธีการนี้ทำให้ได้ขอบเขตที่ยังไม่ถูกต้องแม่นยำ จึงมีการปรับปรุงโดยใช้ค่าต่ำสุดระหว่างค่าสูงสุดเฉพาะถิ่นของ 2 สเปกตรัมที่อยู่ติดกันแทน แต่วิธีการนี้มีโอกาสทำให้เกิดปัญหา Global Trend ได้ในกรณีที่บริเวณที่มีความถี่ต่ำประกอบด้วยสเปกตรัมที่มีค่าแอมพลิจูดสูงมาก ๆ (Amplitude) ทำให้ตรวจจับจุดสูงสุดได้จำนวนมากในบริเวณความถี่ต่ำเดียวกัน ซึ่งให้ค่าที่ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามวิธีการเหล่านี้ ผู้ใช้จะต้องระบุจำนวนองค์ประกอบสูงสุดที่ต้องการไว้ล่วงหน้า ซึ่งยากต่อการกำหนดค่าจำนวนองค์ประกอบที่เหมาะสมและยังไม่เป็นอัตโนมัติ [3]

เพื่อให้สามารถกำหนดจำนวนองค์ประกอบที่เหมาะสมได้อย่างอัตโนมัติ Gilles และคณะ [13] จึงใช้วิธีการแบ่งฮิสโตแกรมอย่างหยาบ (Coarse Histogram) และการแบ่งสเกลแบบหลายระดับมาใช้ในการแบ่งขอบเขตของฟูเรียร์สเปกตรัม จากนั้นจึงทำการแยกองค์ประกอบของสัญญาณ ด้วยการสร้างธนาคราตัวกรองเวฟเลตที่เหมาะสมและสอดคล้องกับข้อมูล ซึ่งประกอบด้วยตัวกรองความถี่ต่ำที่มีฟังก์ชันการปรับขนาดเชิงประจักษ์ และตัวกรองความถี่ผ่านที่มีฟังก์ชันเวฟเลตเชิงประจักษ์ อย่างไรก็ตาม วิธี 1D EWT นี้ถูกออกแบบมาเพื่อการวิเคราะห์สัญญาณเพียง 1 มิติ

ต่อมาในปี ค.ศ. 2014 Gilles และคณะ ได้พัฒนาการแปลงเวฟเลตเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (2D Empirical Wavelet Transform : 2D EWT) [14] ซึ่งเป็นวิธีการแรกที่สามารถแยกองค์ประกอบของภาพแบบปรับเหมาะบนโดเมนความถี่ ด้วยแนวคิดการพัฒนาเพื่อให้ได้วิธีการแบ่งขอบเขตของฟูเรียร์สเปกตรัมที่มีความถูกต้อง แม่นยำบนฟูเรียร์โดเมน โดยได้นำเสนอแนวคิดในการแบ่งฟูเรียร์สเปกตรัมที่แตกต่างกัน โดยเริ่มต้นจากวิธี 2D Tensor EWT ที่แบ่งฟูเรียร์สเปกตรัมด้วยการหาค่าเฉลี่ยตามแนวแถวและแนวคอลัมน์ และได้ขอบเขตการแบ่งดังรูปที่ 11 (ค) วิธีนี้จะได้ขอบเขตการแบ่งที่มีรูปร่างเป็นรูปสี่เหลี่ยม ทำให้ข้อมูลบริเวณขอบภาพซึ่งเป็นมุมขององค์ประกอบขาดหายไป แนวคิดที่ 2 คือ วิธี 2D Littlewood-Paley EWT ใช้แนวคิดการแบ่งสเปกตรัมออกเป็นวงแหวนที่มีรัศมีแตกต่างกัน เพื่อแบ่งข้อมูลตามขนาดของความถี่ โดยข้อมูลที่อยู่วงแหวนเดียวกันแสดงว่ามีความถี่เดียวกัน ทำให้ได้ขอบเขตการแบ่งดังรูปที่ 11 (ง) จากนั้นเพื่อให้สามารถแยกองค์ประกอบที่มีความถี่และทิศทางที่แตกต่างกันออกจากกันได้จึงพัฒนาวิธีการแบ่งแบบ 2D Curvelet EWT-I ใช้ค่าเฉลี่ยของขนาดของสเปกตรัม โดยแบ่งสเปกตรัมด้วยค่าเฉลี่ยของขนาดรวมกับค่าเฉลี่ยของมุม ทำให้ได้ขอบเขตการ

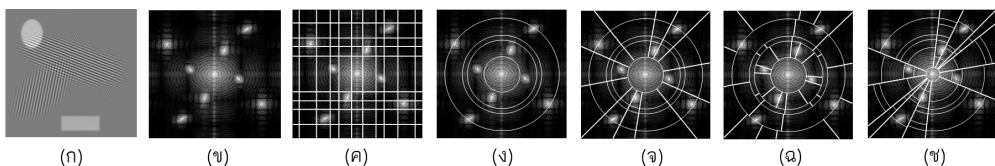
แบ่งเป็นรูปวงแหวนที่มีรัศมีและมุมที่แตกต่างกัน ได้ขอบเขตการแบ่งดังรูปที่ 11 (จ) แนวคิดต่อไปเกิดจากสมมติฐานว่า วิธีแบ่งสเปกตรัมด้วยค่าเฉลี่ยของรัศมี และมุมนี้ มีตัวแปรที่เกี่ยวข้อง 2 ตัวคือ รัศมีและมุม จึงทำให้เกิดลำดับชั้นในการพิจารณาค่าเฉลี่ยของสเปกตรัมตามลำดับตัวแปรก่อนหลัง ได้ 2 วิธี ได้แก่ วิธี 2D Curvelet EWT-II เป็นการแบ่งสเปกตรัมโดยแบ่งแบบวงแหวนก่อน จากนั้นนำแต่ละวงมาหาค่าเฉลี่ยแล้วแบ่งตามมุม ดังนั้น แต่ละวงจะมีการแบ่งด้วยมุมที่แตกต่างกัน ได้ขอบเขตการแบ่งดังรูปที่ 11 (ฉ) สำหรับวิธี 2D Curvelet EWT-III เป็นการแบ่งสเปกตรัมโดยแบ่งด้วยมุมที่แตกต่างก่อน จากนั้นนำแต่ละมุมมาหาค่าเฉลี่ยแล้วแบ่งตามรัศมี จะได้รัศมีที่แตกต่างกันในแต่ละมุม ได้ขอบเขตการแบ่งดังรูปที่ 11 (ข)

จากรูปที่ 11 เมื่อพิจารณาจะเห็นว่า การแบ่งขอบเขตของสเปกตรัมด้วยวิธี 2D EWT แบบต่าง ๆ ยังมีปัญหาอยู่ ดังนี้

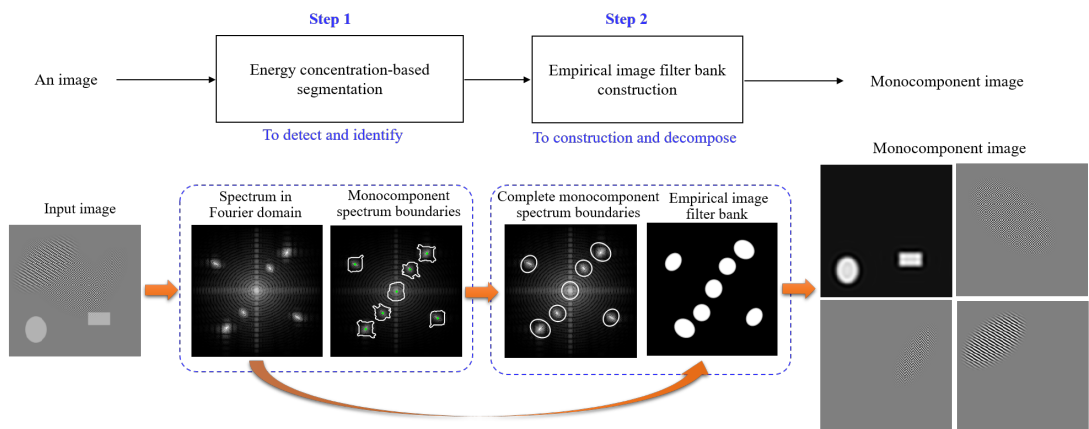
1) องค์ประกอบในภาพมีการก้ำก้ำกัน หมายถึง การแบ่งสเปกตรัมของต่างองค์ประกอบอยู่ในขอบเขตฟูรีเยร์เดียวกัน ทำให้ได้ภาพองค์ประกอบเดียวที่มีการก้ำก้ำกัน หรือมีส่วนที่ซ้อนทับกัน ดังตัวอย่างในรูปที่ 11 (ง)

2) ภาพองค์ประกอบเดี่ยวมีความซ้ำซ้อนกัน หมายถึง มีการแบ่งสเปกตรัมขององค์ประกอบเดียวกันออกเป็นคนละขอบเขตฟูรีเยร์ ทำให้ได้ภาพองค์ประกอบเดี่ยวส่วนนั้นเกิดความซ้ำซ้อน โดยที่แต่ละองค์ประกอบมีคุณภาพต่ำ ดังตัวอย่างในรูปที่ 11 (ค) และ (จ)

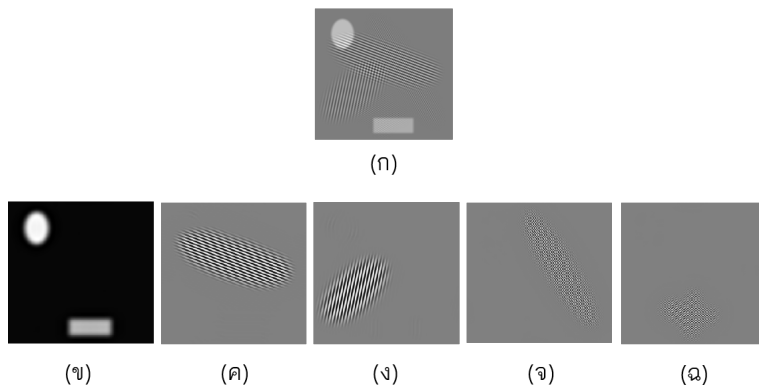
เมื่อได้ขอบเขตการแบ่งสเปกตรัมแล้ว จึงนำไปสร้างธนาคารตัวกรองเวฟเลตที่เหมาะสมและสอดคล้องกับแต่ละฟูรีเยร์สเปกตรัม จากนั้นทำการสร้างคืนภาพใหม่ (Image Reconstruction) หรือ แปลงข้อมูลที่เลือกขอบเขตไว้บนโดเมนความถี่กลับไปอยู่บนโดเมนเชิงพื้นที่ (Spatial Domain) เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ในรูปของภาพ องค์ประกอบเดี่ยวแต่ละองค์ประกอบออกมา อย่างไรก็ตาม การแบ่งสเปกตรัมด้วยวิธี 2D-EWT แบบต่าง ๆ นี้ ล้วนอาศัยค่าเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการแบ่งขอบเขต เพื่อใช้แยกแต่ละฟูรีเยร์สเปกตรัมออกจากกัน ทำให้ยังไม่ถูกต้องและแม่นยำ ส่งผลให้มีการก้ำก้ำกันขององค์ประกอบเดี่ยวในภาพ (Interference) ได้ภาพองค์ประกอบเดี่ยวที่มีความซ้ำซ้อนกัน (Redundancy) และเกิดสิ่งแปลกปลอมลักษณะเป็นริ้ว ๆ บริเวณขอบของวัตถุในภาพ (Ringing Artifact) จึงกล่าวได้ว่า คุณภาพของภาพองค์ประกอบเดี่ยวยังไม่ดี ยังไม่สามารถแยกองค์ประกอบออกจากกันได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ [3]



รูปที่ 11. การแบ่งสเปกตรัมของวิธี 2D EWT แบบต่าง ๆ โดย (ก) ภาพต้นฉบับบนโดเมนเชิงตำแหน่ง (ข) ภาพต้นฉบับบนโดเมนฟูรีเยร์ (ค) 2D Tensor EWT (ง) 2D Littlewood-Paley EWT (จ) 2D Curvelet EWT-I (ฉ) 2D Curvelet EWT-II และ(ซ) 2D Curvelet EWT-III



รูปที่ 12. ขั้นตอนการทำงานของวิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID)



รูปที่ 13. ผลการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) โดย (ก) ภาพต้นฉบับ (ข) Monocomponent₁ (ค) Monocomponent₂ (ง) Monocomponent₃ (จ) Monocomponent₄ และ (ฉ) Monocomponent₅

ปัญหาต่าง ๆ ที่กล่าวมาข้างต้น ส่งผลกระทบต่อคุณภาพของภาพองค์ประกอบเดี่ยว ทำให้คุณภาพของภาพองค์ประกอบเดี่ยวที่ได้ยังมีคุณภาพไม่ดี ดังนั้น อังศุมาลี สุทธิภักดีและคณะ จึงนำเสนอวิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (Empirical Monocomponent Image Decomposition : EMID) [3] ที่สามารถแยกองค์ประกอบของภาพต้นฉบับให้อยู่ในรูปองค์ประกอบเดี่ยว (Monocomponent) ตามจำนวนองค์ประกอบเดี่ยวที่มีอยู่จริงในภาพนั้น ๆ ซึ่งจะพิจารณา

ระดับความเข้มข้นของพลังงานบนฟูเรียร์ซัพพอร์ท ใช้ Energy concentration based segmentation เพื่อเพิ่มความแม่นยำในการเลือกสเปกตรัมขององค์ประกอบเดี่ยวแต่ละองค์ประกอบ ร่วมกับการสร้างธนาคารตัวกรองภาพเชิงประจักษ์ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์เป็นภาพองค์ประกอบเดี่ยวที่มีคุณภาพสูง

การแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนหลัก คือ 1) การแบ่งขอบเขตของสเปกตรัมโดยพิจารณาจากค่าระดับความเข้มข้นของ

พลังงาน และ 2) การสร้างธนาคารตัวกรองภาพเชิงประจักษ์ที่สอดคล้องกับแต่ละขอบเขตของสเปกตรัมของแต่ละองค์ประกอบเดี่ยว ขั้นตอนการทำงานของวิธี EMID แสดงดังรูปที่ 12 ในขั้นตอนแรก จะตรวจจับและระบุฐานของภาพซึ่งเป็นตัวแทนระดับความเข้มข้นของพลังงานขององค์ประกอบเดี่ยว เพื่อให้ได้ขอบเขตของสเปกตรัมขององค์ประกอบเดี่ยวที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งมีเป็นจำนวนมาก จากนั้นจะตรวจสอบและระบุสเปกตรัมขององค์ประกอบเดี่ยวที่แท้จริงโดยใช้ขั้นตอนวิธี Actual Monocomponent Identification ซึ่งทำให้สามารถระบุและแบ่งขอบเขตของสเปกตรัมได้แม่นยำขึ้น ในขั้นตอนที่ สองจะสร้างธนาคารตัวกรองภาพเชิงประจักษ์ที่สอดคล้องกับขอบเขตขององค์ประกอบเดี่ยวที่แท้จริง โดยใช้ฟังก์ชันวงรี (Ellipse) และเกาส์เซียน (Gaussian) ส่งผลให้วิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) สามารถแยกองค์ประกอบของภาพให้อยู่ในรูปผลลัพธ์ที่เป็นภาพองค์ประกอบเดี่ยวที่มีคุณภาพดี สามารถแยกองค์ประกอบออกจากกันได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ขึ้น มีสิ่งแปลกปลอมที่เป็นรบกวน ๑ บริเวณขอบของวัตถุ (Ringing Artifact) เกิดขึ้นน้อยกว่าวิธี 2D EWT

ด้วยลักษณะการทำงานของวิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) ทำให้สามารถแยกองค์ประกอบของภาพให้อยู่ในรูปภาพองค์ประกอบเดี่ยวตามจำนวนองค์ประกอบเดี่ยวที่มีอยู่ในภาพได้ และสามารถแยกองค์ประกอบเดี่ยวที่ต้องการออกจากภาพได้โดยตรง โดยเมื่อนำไปใช้แยกองค์ประกอบของภาพ Toy Image ในรูปที่ 13 (ก) ซึ่งเป็นภาพสังเคราะห์ ได้ผลลัพธ์เป็นภาพองค์ประกอบเดี่ยว (Monocomponent Image) จำนวน 5 ภาพ ดังรูปที่ 13 (ข) – (ง) ซึ่งปรากฏว่าสามารถแยกองค์ประกอบของภาพต้นฉบับได้อย่างถูกต้องและมีคุณภาพดี และเมื่อนำไปประยุกต์ใช้งานในการระบุบริเวณข้อความภาษาไทยในภาพฉากธรรมชาติที่มีความซับซ้อน พบว่า ให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำสูง ผลการระบุ

บริเวณข้อความจากภาพต้นฉบับ รูปที่ 14 (ก) แสดงดังรูปที่ 14 (ข) – (ง) จะเห็นได้ว่า วิธี EMID สามารถระบุบริเวณข้อความได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์กว่าวิธีอื่น ๆ

3. อภิปราย

ในส่วนนี้ จะเป็นการวิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการแยกองค์ประกอบของภาพระหว่างการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) และการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) ซึ่งสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 1

จากตารางที่ 1 พบว่าทั้ง 2 วิธีต่างก็เป็นวิธีการแยกองค์ประกอบที่สามารถปรับตัวได้ และขับเคลื่อนด้วยข้อมูลเหมือนกัน ดังนั้น จึงขออธิบายความแตกต่างระหว่างวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) และการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) ใน 3 ประเด็น ประกอบด้วย โดเมนที่พิจารณา ลักษณะการทำงาน และการนำไปประยุกต์ใช้งาน ตามลำดับดังนี้

1) โดเมนที่พิจารณา

วิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) ทำการประมวลผลและแยกองค์ประกอบภาพบนโดเมนเชิงตำแหน่งหรือโดเมนเชิงพื้นที่ ขณะที่วิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) จะทำงานบนฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม ซึ่งอยู่ในโดเมนความถี่ ข้อมูลภาพจะถูกแปลงให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดและความถี่ของสัญญาณ การแปลงฟูเรียร์จะแสดงผลภาพต้นฉบับในเชิงความถี่ ซึ่งให้มุมมองที่มีหน้าตาแตกต่างจากเดิม จึงทำให้การประมวลผลและดำเนินการกับภาพที่มีความสัมพันธ์เชิงพื้นที่สูงทำได้ง่ายและสะดวกขึ้น

2) ลักษณะการทำงาน

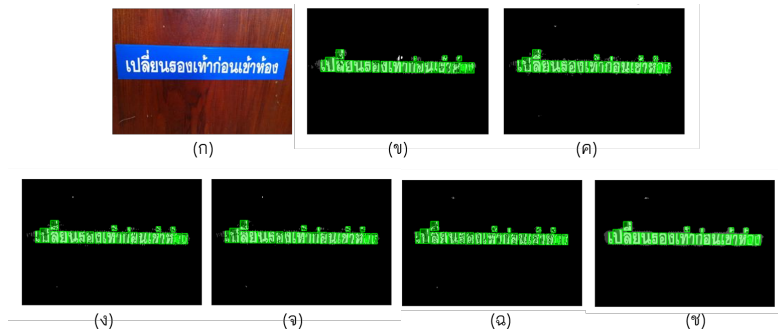
วิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) จะแยกองค์ประกอบของภาพโดยการสกัดชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ตามแนวความคิดการแยกข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงสูงออกจากข้อมูลภาพที่ละล้าดับ โดยใช้การคำนวณค่าพื้นผิวเฉลี่ย ซึ่งเป็นการทำงานตามลำดับขั้น (Sequence) โดยจะให้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ตั้งแต่ฟังก์ชันภายในแบบสองมิติลำดับแรกจนถึงลำดับสุดท้าย และส่วนที่เหลือ ตามลำดับ โดยไม่สามารถข้ามขั้นตอน และยังไม่สามารถสกัดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติในลำดับที่ต้องการได้โดยตรง หมายถึงไม่สามารถสกัด BIMF₉ ได้ทันทีโดยไม่ผ่านขั้นตอนการสกัด BIMF ลำดับก่อนหน้า อย่างไรก็ตามวิธี iBEMD มีความเร็วในการประมวลผลสูง ให้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ที่เหมาะสมต่อการนำไปใช้งานได้อย่างอิสระ จึงมีความยืดหยุ่นสูง ทำให้มีความเหมาะสมและง่ายต่อการนำไปประยุกต์ใช้งานจริง

วิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) พัฒนามาบนพื้นฐานแนวความคิดการแยกองค์ประกอบภาพที่มีความสามารถในการแยกภาพหนึ่ง ๆ ออกเป็นส่วนประกอบย่อย ๆ ตามจำนวนส่วนประกอบที่รวมกันเป็นภาพนั้น หรือการแยกองค์ประกอบในภาพออกเป็นองค์ประกอบแต่ละส่วน หรือองค์ประกอบเดี่ยว (Monocomponent) ของภาพ โดยวิธีนี้จะทำการแยกองค์ประกอบของภาพด้วยแนวความคิดการเลือกภูเขา (Mountain Shape) ที่เป็นตัวแทนขององค์ประกอบเดี่ยว

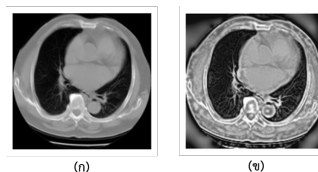
ที่ต้องการบนฟูเรียร์โดเมน ซึ่งรูปทรงของแต่ละภูเขาแสดงถึงระดับความเข้มข้นของพลังงาน (Energy Concentration) ของแต่ละองค์ประกอบเดี่ยวหนึ่ง ๆ ทั้งนี้ ลักษณะทางกายภาพของภูเขา เช่น ขนาด ความสูง ความกว้างของภูเขา มีความสัมพันธ์กับระดับความเข้มข้นของพลังงานขององค์ประกอบเดี่ยวนั้น ๆ จึงทำให้วิธีการนี้สามารถแยกองค์ประกอบตามจำนวนองค์ประกอบเดี่ยวที่มีอยู่ในภาพได้ และสามารถแยกองค์ประกอบเดี่ยวที่ต้องการออกจากภาพได้โดยตรง

3) การนำไปประยุกต์ใช้งาน

ด้วยลักษณะและประสิทธิภาพในการทำงานของวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) ที่มีความเร็วในการประมวลผลสูง ให้ผลลัพธ์เป็นชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMFs) ที่มีคุณภาพดี ช่วยแก้ปัญหาเรื่องแสงและเงาโดยการกำจัดองค์ประกอบของแสงสะท้อนและเงาออกจากภาพ ดังนั้น จึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้หลากหลาย เช่น การระบุตำแหน่งของข้อความในภาพ การบีบอัดภาพ ฯลฯ นอกจากนี้ ขั้นตอนการสร้างคืนภาพใหม่สามารถทำได้ง่าย ผู้ใช้สามารถเลือกฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ (BIMF) ที่เหมาะสมต่อการใช้งานได้อย่างอิสระและยืดหยุ่น จึงสามารถใช้ในการเพิ่มคุณภาพของภาพ เช่น ลดแสงสะท้อนและเงาในภาพถ่าย แก้ไขซ่อมแซมภาพ และการกำจัดสิ่งรบกวนในภาพ (Image Denoising) หรืออาจจะกล่าวได้ว่า iBEMD สามารถช่วย



รูปที่ 14. ผลการระบุตำแหน่งข้อความภาษาไทยในภาพฉากธรรมชาติด้วยวิธีต่าง ๆ โดย (ก) ภาพต้นฉบับ (ข) 2D Tensor EWT (ค) 2D Littlewood-Paley EWT (ง) 2D Curvelet EWT-I (จ) 2D Curvelet EWT-II (ฉ) 2D Curvelet EWT-III และ (ช) EMID



รูปที่ 15. การประยุกต์ใช้วิธี 2D-EMD กับภาพทางการแพทย์ โดย (ก) Original Image (ข) Image Enhancement Based on 2D EMD Decomposition

ตรวจจับปัญหาและแก้ไขปัญหาในภาพต้นฉบับก่อนนำไปใช้งานในโปรแกรมประยุกต์อื่น ๆ ต่อไป

จุดเด่นของวิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ คือ ความสามารถในการแยกองค์ประกอบตามจำนวนองค์ประกอบเดี่ยวที่มีอยู่ในภาพได้ และสามารถแยกองค์ประกอบเดี่ยวที่ต้องการออกจากภาพได้โดยตรง จึงมีความเหมาะสมต่อการนำไปใช้งานด้านการตรวจจับบริเวณที่เป็นข้อความ (Text Detection) ในภาพฉากหลังธรรมชาติ หรือการตรวจจับวัตถุ (Object Detection) เป็นต้น

ภาพทางการแพทย์ เช่น MRI , CT-Scan , PET image ฯลฯ เป็นข้อมูลภาพที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อการวิเคราะห์และวินิจฉัยโรคของแพทย์ จึงมีงานวิจัยที่นำการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (BEMD) ไปประยุกต์ใช้กับภาพทางการแพทย์ ตัวอย่างเช่น งานวิจัย [15] ได้พัฒนาขั้นตอน

วิธีใหม่ในการรวมภาพถ่ายสมองด้วย PET image ซึ่งเป็นภาพสีแสดงการทำงานของสมอง แต่เป็นภาพที่มีความละเอียดต่ำ และภาพ MRI ที่แสดงโครงสร้างของสมองเป็นภาพที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่สูง แต่ไม่มีสีเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้ลักษณะของข้อมูลรายละเอียดที่เป็นประโยชน์จากทั้ง 2 ภาพ โดยที่มีความคมชัด ซึ่งจะทำให้สามารถวินิจฉัยโรค ได้แม่นยำขึ้น หรืองานวิจัย [16] ที่นำเสนอวิธีการเพิ่มคุณภาพให้กับภาพทางการแพทย์ด้วยวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ (2D EMD) ซึ่งสามารถแยกข้อมูลที่มีความถี่สูงออกจากภาพต้นฉบับและสามารถเพิ่มคุณภาพให้กับภาพต้นฉบับได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาระบบวินิจฉัยโรค ดังรูปที่ 15 หรือวิธีการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) สามารถประยุกต์ใช้ในการตรวจจับบริเวณที่เป็นชิ้นเนื้อของเนื้องอก หรือมะเร็งบนภาพ MRI สมอง [3] เป็นต้น

ตารางที่ 1. สรุปผลการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างวิธีการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติ โดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) และการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID)

คุณลักษณะ	วิธี iBEMD	วิธี EMID
โดเมน	โดเมนเชิงพื้นที่	โดเมนความถี่
สามารถปรับตัวได้	ใช่	ใช่
ขับเคลื่อนด้วยข้อมูล	ใช่	ใช่
ลักษณะการทำงาน	แบบทำงานตามลำดับขั้น	แบบอิสระ
ผลลัพธ์	ชุดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติ และส่วนที่เหลือ	องค์ประกอบเดี่ยวของภาพ
การนำไปประยุกต์ใช้งาน	การระบุตำแหน่งข้อความในภาพ	การตรวจจับและระบุตำแหน่งข้อความในภาพ
ข้อดี	ขจัดปัญหาแสงสะท้อนและเงาในภาพ	ระบุตำแหน่งข้อความในภาพที่มีฉากหลังซับซ้อน
ข้อจำกัด	ต้องทำงานตามลำดับขั้น ไม่สามารถสกัดฟังก์ชันภายในแบบสองมิติในลำดับที่ต้องการได้โดยตรง กรณีที่ต้องการแยกเฉพาะ BIMF ลำดับที่สนใจออกมาโดยตรงจะไม่สามารถทำได้	ไม่สามารถตรวจจับข้อความที่มีความคมชัดต่ำ ข้อความที่สว่างมาก และข้อความที่เบลอ

4. บทสรุป

บทความนี้ได้วิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการแยกองค์ประกอบภาพแบบขับเคลื่อนด้วยข้อมูลที่มีประสิทธิภาพ และน่าสนใจ ระหว่างการแยกองค์ประกอบด้วยวิธีเชิงประจักษ์แบบสองมิติโดยปราศจากการทำซ้ำ (iBEMD) และการแยกองค์ประกอบเดี่ยวของภาพเชิงประจักษ์ (EMID) แม้ทั้ง 2 วิธีพัฒนาขึ้นเพื่อแยกองค์ประกอบภาพเหมือนกัน แต่มีต้นกำเนิดจากแนวคิดที่ต่างกัน มีลักษณะการทำงานและจุดเด่นที่ต่างกัน จึงให้ผลลัพธ์จากการแยกองค์ประกอบที่แตกต่างกัน รายละเอียดดังที่กล่าวมาข้างต้น ดังนั้น ในการนำไปใช้งาน จึงควรเลือกวิธีการที่เหมาะสมกับวัตถุประสงค์และลักษณะความต้องการในการแยกองค์ประกอบภาพ เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อการนำไปประยุกต์ใช้งาน

เอกสารอ้างอิง

- [1] อย่างนี้ก็มีด้วย? ชายรัสเซียโดนใบสั่งเพราะเงารถพาดทับเส้นทึบ. [Online] Available : <https://www.blognone.com/node/85290>
- [2] T. Titijaroonroj and K. Woraratpanya, "Iteration-free bi-dimensional empirical mode decomposition and its application," IEICE Trans. Information and System, vol. E100-D, no. 9, pp. 2183-2196, Sep. 2017.
- [3] U. Suttapakti, K. Pasupa, and K. Woraratpanya, "Empirical Monocomponent Image Decomposition," IEEE Access, vol. 6, pp. 38706-38735, 2018.

- [4] N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q.Zheng, N.-C. Yen, C.C. Tung, and H.H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," in *Proceeding of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 454, no.1971, pp. 903-995, March 1998.
- [5] A. Zeiler, R. Faltermeier, I. R. Keck, A. M. Tome, C. G. Puntonet, and E. W. Lang, "Empirical Mode Decomposition - An Introduction," *IEEE International Conference on Neural Networks*, 2010, *IJCNN 2010*, pp. 1-8, July 2010.
- [6] A. Linderhed, "2D empirical mode decompositions in the spirit of image compression," *Wavelet and Independent Components Analysis Application IX*, ed. H.H. Szu and J.R. Buss, pp. 1-8, *SPIE Proc.*, March 2002.
- [7] B. Xuan, S.L. Peng and Q. Xie, "Texture analysis based on BEMD and Gabor filter banks," in *Proc. ICWAPR, China*, pp. 1090-1091, Nov 2007.
- [8] J.C. Nunes, Y. Bouaoune, E. Delechelle, O. Niang, and P. Bunel, "Image analysis by bi-dimensional empirical mode decomposition," *Image and Vision Computing*, vol. 21, no.12, pp. 1019-1026, Nov. 2003.
- [9] J.C. Lee, P.S. Huang, T.M. Tu, and C.P. Chang, "Recognizing human iris by modified empirical mode decomposition," *Advances in Image and video Technology, Lecture Notes in Computer Science*, no.4872, pp. 298-310, Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [10] C. Damerval, S. Meignen, and V. Perrier, "A fast algorithm for bidimensional EMD," *IEEE Signal Process, Lett.*, vol. 12, no.10, pp. 701-704, Oct. 2005.
- [11] S.M.A. Bhuiyan, R.R. Adhami, and J.F. Khan, "A novel approach of fast and adaptive bidimensional empirical mode decomposition," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008, *ICASSP 2008*, pp. 1313-1316, March 2008.
- [12] J. Gilles, "Empirical wavelet transform," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no.16, pp. 3999-4010, Aug. 2013.
- [13] J. Gilles and K. Heal, "A parameterless scale-space approach to find meaningful modes in histograms application to image and spectrum segmentation," *Int. J. Wavelets Multiresolution Inf. Process.*, vol. 12, no.6, Nov. 2014.
- [14] J. Gilles, G. Tran, and S. Osher, "2D empirical transforms. Wavelets, Ridgelets, and Curvelets," *SIAM J. Imaging Sci.*, vol. 7, no.1, pp. 157-186, Jan. 2014.
- [15] M. S. Dilmaghani, S. Daneshvar and M. Dousty, "A new MRI and PET image fusion algorithm based on BEMD and IHS methods," *2017 Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Tehran, 2017, pp. 118-121.
- [16] X. Qin, S. Liu, Z. Wu and H. Jun, "Medical Image Enhancement Method Based on 2D Empirical Mode Decomposition," *2008 2nd International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering*, Shanghai, 2008, pp. 2533-2536.

